

Matematyka

Funkcja liniowa





Definicja funkcji liniowej

$$y = ax + b$$

Funkcja liniowa to funkcja opisana równaniem liniowym, czyli o wzorze:

$$y = ax + b,$$

gdzie:

a - współczynnik kierunkowy

b - wyraz wolny

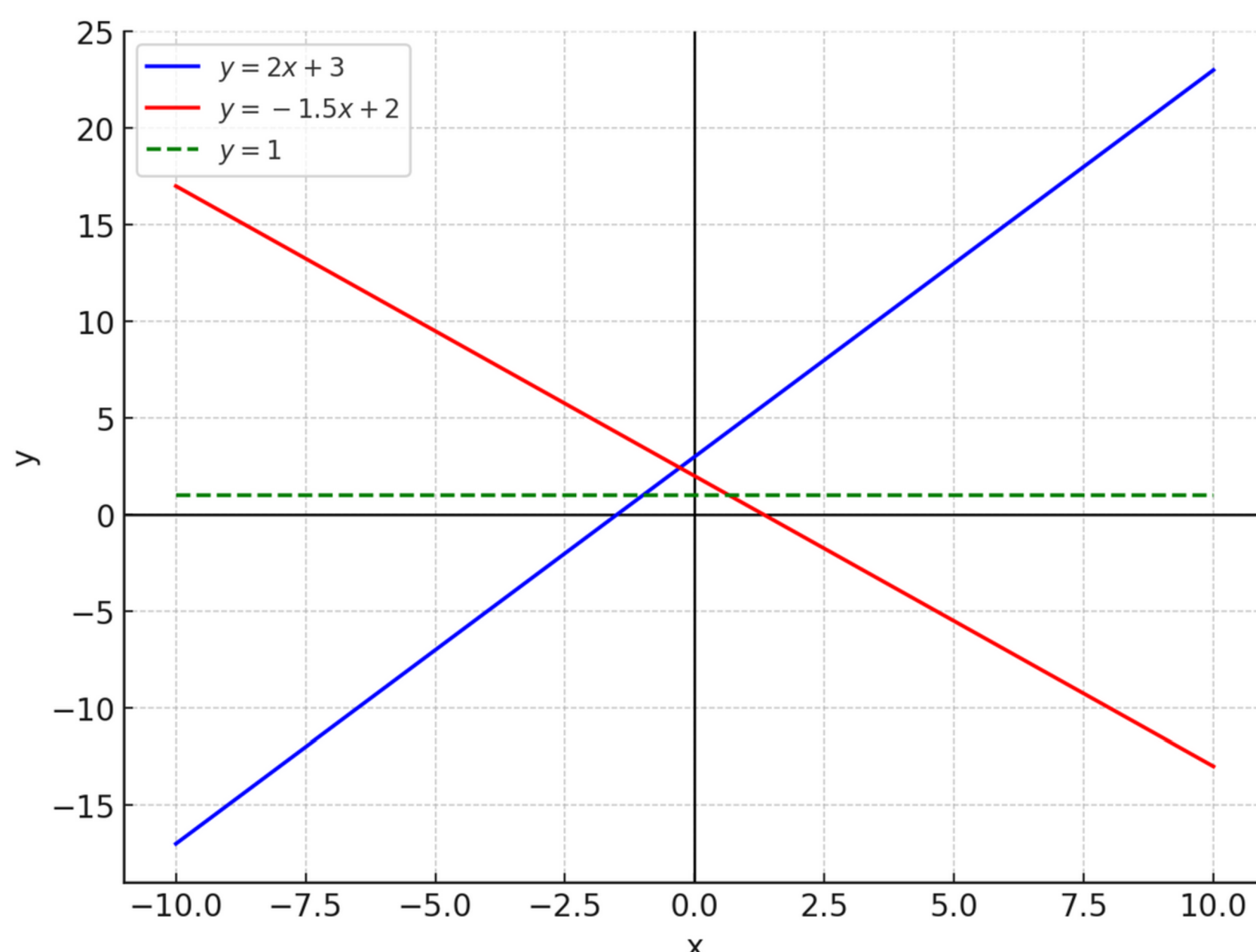
Graficznie, jest to prosta w układzie współrzędnych.

Współczynnik kierunkowy „a”

Współczynnik kierunkowy prostej jest równy tangensowi jej kąta nachylenia do osi OX.

Na podstawie znaku współczynnika kierunkowego prostej można określić **monotoniczność** funkcji.

Jeżeli $a > 0$ to funkcja jest **rosnąca**.
Jeżeli $a < 0$, to funkcja jest **malejąca**.
Jeżeli $a = 0$, to funkcja jest **stała**.





Definicja funkcji liniowej

Współczynnik kierunkowy „a”

Dwie proste są **równoległe**, gdy mają ten sam współczynnik kierunkowy:

$$a_1 = a_2$$

Dwie proste są **prostopadłe**, gdy iloczyn ich współczynników kierunkowych wynosi -1:

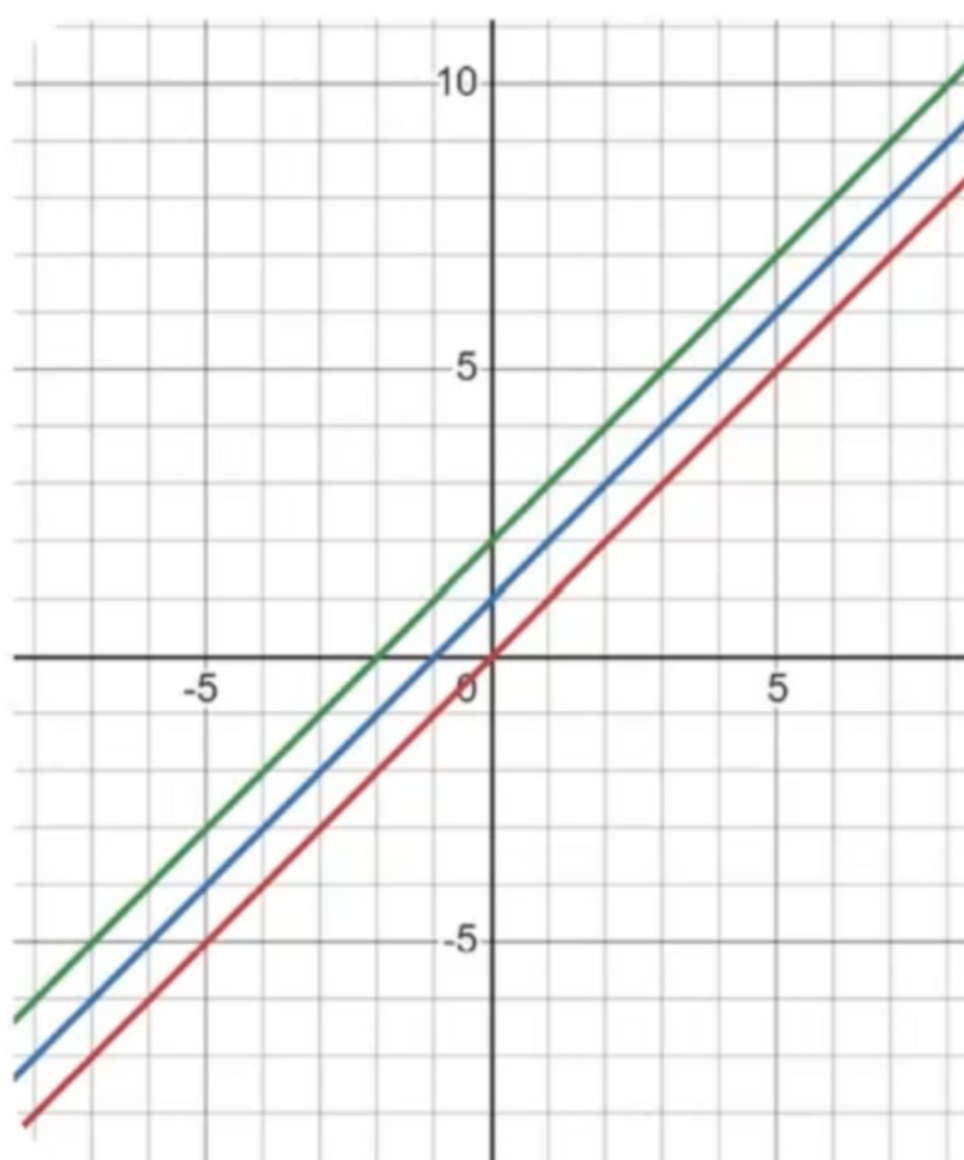
$$a_1 \cdot a_2 = -1$$

Wyraz wolny „b”

Wyraz b we wzorze funkcji liniowej nazywany jest **wyrazem wolnym**.

Wyraz wolny daje informację o współrzędnej y punktu przecięcia wykresu funkcji z osią OY, czyli P(0,b).

$$\begin{aligned} b &= 2 \\ b &= 1 \\ b &= 0 \end{aligned}$$





Najważniejsze wzory i pojęcia

Wyznaczanie wzoru funkcji

Jeśli znamy dwa punkty $A(x_1, y_1)$ i $B(x_2, y_2)$, to współczynnik kierunkowy wyznaczamy ze wzoru:

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

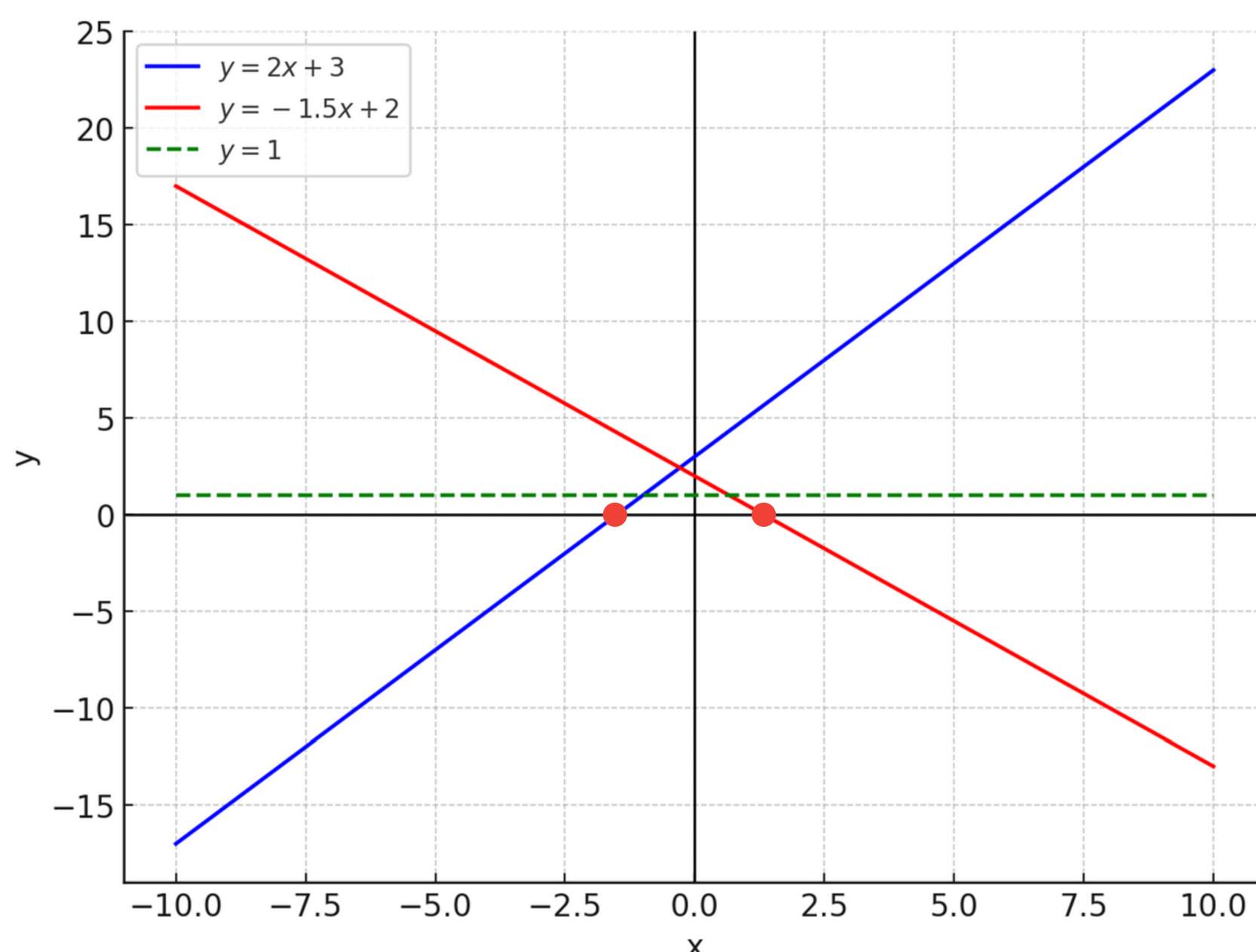
Dalej, podstawiając wartość a do równania prostej, możemy wyznaczyć wzór funkcji poprzez podstawienie współrzędnych jednego z punktów.

Miejsce zerowe

Miejsce zerowe to punkt przecięcia wykresu z osią OX, czyli rozwiązanie równania:

$$0 = ax + b$$

Inaczej mówiąc, to argument (x), dla którego wartość funkcji (y) wynosi 0.





Przykładowe własności funkcji

Interpretacja geometryczna

Dla funkcji $y = 2x + 3$:

- Współczynnik kierunkowy $a=2$ oznacza, że wykres rośnie (funkcja rosnąca).
- Wyraz wolny $b=3$ oznacza, że wykres przecina oś OY w punkcie (0,3).
- Miejsce zerowe: $0 = 2x + 3$ daje $x = -1,5$.

Przykładowe zadanie maturalne

Znajdź równanie prostej przechodzącej przez punkty A (1,2) oraz B (3,6).

Rozwiązanie:

1. Obliczamy a .

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$a = \frac{6 - 2}{3 - 1} = \frac{4}{2} = 2$$

2. Podstawiamy a oraz współrzędne punktu A do równania prostej $y = ax + b$.

$$2 = 2 \cdot 1 + b$$

3. Wyliczamy b .

$$b = 0$$

4. Podstawiamy obliczone wartości a oraz b do wzoru $y = ax + b$.

$$y = 2x.$$



Funkcja liniowa

Podsumowanie

- Każda funkcja liniowa ma postać $y = ax + b$.
- Współczynnik a określa nachylenie prostej.
- Wyraz wolny b to punkt przecięcia z osią OY - $P(0,b)$.
- Możemy wyznaczyć równanie prostej przechodzącej przez dwa punkty.
- Proste są równoległe, gdy $a_1 = a_2$ i prostopadłe, gdy $a_1 \cdot a_2 = -1$.

Moje notatki:

Przykłady: